

PendulumWave

Czövek Márton, Forrás Bence

4. BDG fizikatábor, Királyrét

2014. április

Grafika

- A rendszer síkra vett vetülete: előlnézet, felülnézet

Grafika

- A rendszer síkra vett vetülete: előlnézet, felülnézet
- Rajzolás koordináta-rendszerbe

Grafika

- A rendszer síkra vett vetülete: előlnézet, felülnézet
- Rajzolás koordináta-rendszerbe
- Lehetne, de nem 3D

Grafika

- A rendszer síkra vett vetülete: előlnézet, felülnézet
- Rajzolás koordináta-rendszerbe
- Lehetne, de nem 3D
- Nem tudja a Newton-törvényeket

Grafika

- A rendszer síkra vett vetülete: előlnézet, felülnézet
- Rajzolás koordináta-rendszerbe
- Lehetne, de nem 3D
- Nem tudja a Newton-törvényeket
- Animáció: pillanatképek egymásutánja

Grafika

- A rendszer síkra vett vetülete: előlnézet, felülnézet
- Rajzolás koordináta-rendszerbe
- Lehetne, de nem 3D
- Nem tudja a Newton-törvényeket
- Animáció: pillanatképek egymásutánja
→ kell tetszőleges időpillanatban az összes inga helyzete (golyó koordinátái)

Elmélet

- Ingák hossza adott:

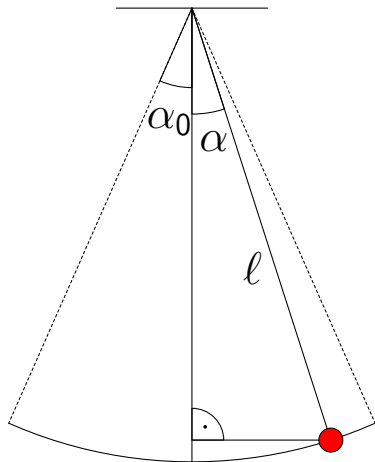
$$\ell(n) = \frac{g}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{\tau}{n + N} \right)^2$$

Elmélet

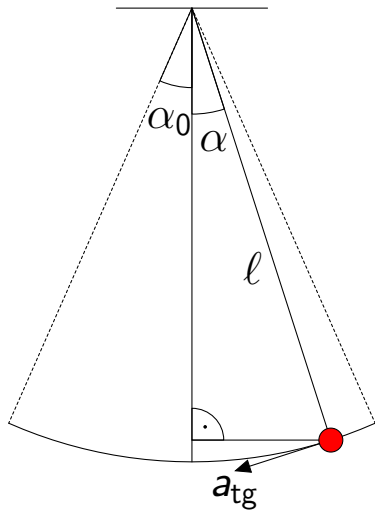
- Ingák hossza adott:

$$\ell(n) = \frac{g}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{\tau}{n + N} \right)^2$$

- Golyó koordinátája \leftarrow inga szögkitérése adott pillanatban

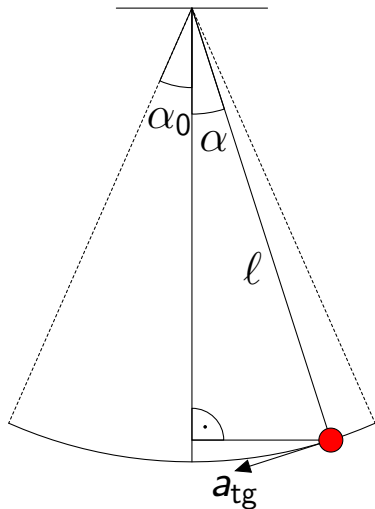


$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t))$$



$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t))$$

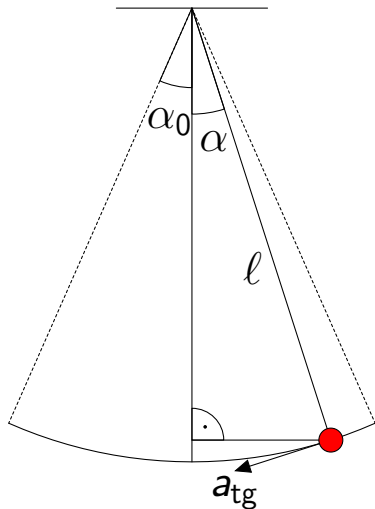
$$a_{\text{tg}}(t) = \ell \cdot \beta(t)$$



$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t))$$

$$a_{\text{tg}}(t) = \ell \cdot \beta(t)$$

$$\beta(t) = \ddot{\alpha}(t)$$

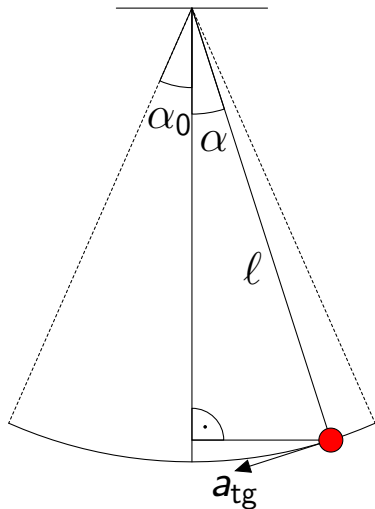


$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t))$$

$$a_{\text{tg}}(t) = \ell \cdot \beta(t)$$

$$\beta(t) = \ddot{\alpha}(t)$$

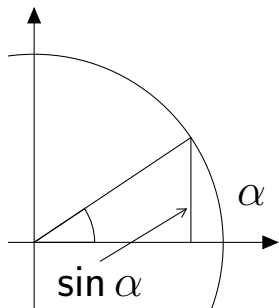
Differenciálegyenlet



$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t)) = \ell \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t)) = \ell \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

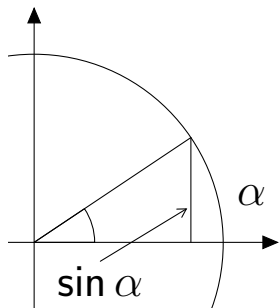
Közelítés: $\sin(\alpha(t)) \approx \alpha(t)$:



$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t)) = l \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

Közelítés: $\sin(\alpha(t)) \approx \alpha(t)$:

$$-g \cdot \alpha(t) = l \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

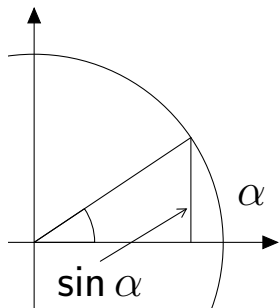


$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t)) = l \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

Közelítés: $\sin(\alpha(t)) \approx \alpha(t)$:

$$-g \cdot \alpha(t) = l \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

$$\alpha(0) = \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = \omega(0) = 0.$$

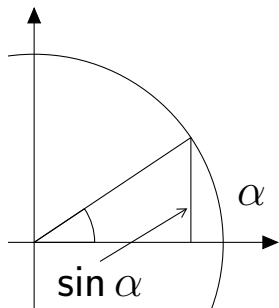


$$a_{\text{tg}}(t) = -g \cdot \sin(\alpha(t)) = l \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

Közelítés: $\sin(\alpha(t)) \approx \alpha(t)$:

$$-g \cdot \alpha(t) = l \cdot \ddot{\alpha}(t)$$

$$\alpha(0) = \alpha_0, \dot{\alpha}(0) = \omega(0) = 0.$$



Megoldás

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \cos \left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t \right)$$

Közelítések

Közelítések

- A képlet csak kis szögekre igaz ($\sin \alpha \approx \alpha$)

Közelítések

- A képlet csak kis szögekre igaz ($\sin \alpha \approx \alpha$)
- Általános esetben a burkológörbe nem egyenes \rightarrow a kitérítés nem végezhető síkkal

Közelítések

- A képlet csak kis szögekre igaz ($\sin \alpha \approx \alpha$)
- Általános esetben a burkológörbe nem egyenes \rightarrow a kitérítés nem végezhető síkkal
- Nagy szögekre: nem fonál, hanem rúd

Közelítések

- A képlet csak kis szögekre igaz ($\sin \alpha \approx \alpha$)
- Általános esetben a burkológörbe nem egyenes \rightarrow a kitérítés nem végezhető síkkal
- Nagy szögekre: nem fonál, hanem rúd
- Lineáris kötélhosszak: kezdetben hasonló, de szétcsúszik

Hangok

Hangok

- Hang: ha egy inga szélsőhelyzetben van

Hangok

- Hang: ha egy inga szélsőhelyzetben van
- Az $i + 1$ -edik inga fél hanggal magasabb hangot ad, mint az i -edik

Források

- 🌐 Lendvai Dorottya: *Pendulum hullám fizikai háttere és matematikai leírása* – FizIQ blog
- 🌐 Angol nyelvű Wikipédia: *Pendulum (mathematics)*
Változat azonosítószáma: 596245513
- 🌐 Paul Dawkins: *Paul's Online Math Notes: Second Order Differential Equations*
Hozzáférés: 2014. március 28.

Köszönjük a figyelmet!

Czövek Márton
Forrás Bence

Lendvai Dorottya