### Humán és nyelvi tagozat matematika követelmények

### 9. osztály

**Halmazok**

* Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
* Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
* Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
* Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
* Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
* Szemléletes kép végtelen halmazokról. Megszámlálhatóan végtelen halmazok ekvivalenciája.

**Számhalmazok, műveletek**

* Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
* Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont
* Irracionális számok szemléltetése
* Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
* Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
* Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
* Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
* Valós számok adott jegyre kerekítése
* Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

**Hatvány, gyök**

* Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
* Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
* A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
* A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
* Számok normálalakja
* Számolás normálalak segítségével

**Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**

* Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
* Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
* Az (*a* + *b*)2, az (*a* – *b*)2 és az (*a* + *b*)(*a* – *b*) kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
* Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
* Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

**Arányosság, százalékszámítás**

* Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
* Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
* Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
* Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből
* Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

**Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**

* Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
* Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
* Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan
* Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
* Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

**A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**

* Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
* Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
* Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
* Függvények ábrázolása táblázat alapján
* Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
* A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
* Lineáris függvény, másodfokú függvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
* Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: *f*(*x*) + *c*, *f*(*x* + *c*), *c*·*f*(*x*), |*f*(*x*)|
* Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
* Egyszerű függvények esetén az *f*(*x*) = *c* alapján *x* meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

**Geometriai alapismeretek**

* Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
* Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
* Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
* A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
* Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
* Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

**Háromszögek**

* A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
* Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
* Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
* A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
* Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
* A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Pitagorasz-tétel bizonyítása
* Háromszög területének kiszámítása

### 10. osztály

**Matematikai logika**

* A matematikai bizonyítás fogalma
* Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
* Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
* A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
* A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
* Adott állítás megfordításának megfogalmazása
* „Ha…, akkor…” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
* Stratégiai és logikai játékok

**Kombinatorika, gráfok**

* Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
* Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
* Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
* Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
* Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

**Hatvány, gyök**

* A négyzetgyök definíciója
* Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
* A négyzetgyökvonás azonosságai
* A négyzetgyökfüggvény grafikonja, tulajdonságai, transzformációi
* Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása a négyzetgyök függvény példáján.

**Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek**

* Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
* Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
* Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
* Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
* Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
* Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
* 

**Négyszögek, sokszögek**

* Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
* Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
* Szabályos sokszög fogalmának ismerete
* Szabályos sokszög területe átdarabolással

**A kör és részei**

* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
* Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
* Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
* A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
* A Thalész-tétel bizonyítása

**Transzformációk, szerkesztések**

* Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
* A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
* A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
* Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
* Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
* Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
* Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
* Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
* Négyszögek egybevágósága
* Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
* Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
* A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
* A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
* Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

**Leíró statisztika**

* Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
* Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
* Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
* Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
* Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
* Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

**Valószínűség-számítás**

* Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
* A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
* A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
* Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

### 11. osztály

**Halmazok, matematikai logika**

* A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
* Logikai kifejezések megfelelő használata
* Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
* Stratégiai és logikai játékok

Számelméleti ismeretek, **számhalmazok épülése**

* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
* Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
* Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
* Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
* Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
* A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
* Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példák irracionális számokra
* Számhalmazok műveleti zártsága

**Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**

* Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
* Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
* Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
* A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
* Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
* A logaritmus értelmezése
* Áttérés más alapú logaritmusra
* Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Exponenciális folyamatok vizsgálata

* Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
* Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

**Trigonometria**

* Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
* Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
* Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
* Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
* Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
* Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
* Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
* A szinusztétel bizonyítása
* Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
* A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
* Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

**Koordinátageometria**

* A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
* A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
* Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
* Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
* Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
* Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
* Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
* Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
* Egyenes egyenlete *y* = *mx* + *b* vagy *x* = *c* alakban
* Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
* Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
* A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

**Leíró statisztika**

* A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
* Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
* Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
* Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
* A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
* Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
* Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

### 12. osztály

**Kombinatorika, gráfok**

* Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
* A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
* Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
* A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

**Sorozatok**

* A számsorozat fogalmának ismerete
* Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
* Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
* Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
* Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
* A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
* Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
* Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
* Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
* Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

**Térgeometria**

* Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
* A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
* Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
* Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
* A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
* A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
* A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
* Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
* A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
* A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

**Valószínűség-számítás**

* Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
* Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
* Példák ismerete független és nem független eseményekre
* A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
* A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
* Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
* A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
* Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

**Rendszerező összefoglalás**