Feladatlap

a hatosztályos speciális matematika tantervű osztályok írásbeli felvételi vizsgájára

(2007)

1) Istvánnak 10 darab osztályzata van, ötösök, négyesek, hármasok. Hány darab hármasa és négyese van, ha pontosan három ötöst szerzett, és jegyeinek átlaga 4,1. 7 pont

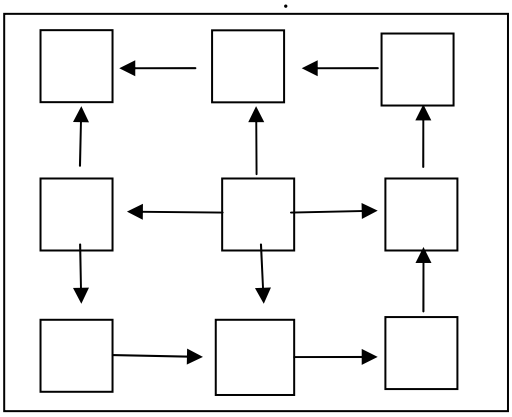
2) Egy gazda a farmján (tanyáján) 51 állatot tart: lovakat és kacsákat. Ha annyi lova lenne, mint ahány kacsája, és annyi kacsája lenne, mint ahány lova, akkor az állatok lábának száma 20 %-kal kevesebb lenne. Hány ló, illetve kacsa van a farmon? 8 pont

3) Keresd meg mindazokat az ötjegyű számokat, amelyekre egyszerre igaz, hogy
a) a tízesek helyén álló szám nagyobb, mint az egyesek helyén álló szám,
b) a többi jegy pedig nagyobb, mint a tőle jobbra álló számjegyek összege. 8 pont

4) Egy háromszög leghosszabb oldala 30 cm hosszú. A másik két oldal közül az egyik négyszer olyan hosszú, mint a másik.
Mekkorák lehetnek a háromszög oldalai, ha azok cm-ben mérve egész számok? 8 pont

5) A „kockás" (négyzetrácsos) papírlapra olyan téglalapokat rajzolunk , amelynek minden csúcsa rácspontban van. Mutasd meg, hogy az ilyen téglalapok területe egész szám! (Egy kis négyzet terültét tekintsük egynek.) 9 pont

6) Írj az ábrabeli négyzetekbe különböző törteket úgy, hogy a következő feltételek mindegyike teljesüljön!
a) A törtek számlálója és nevezője az {1, 2, 3, 4, 5} halmaz eleme.
b) Minden tört egynél kisebb.
c) A törtek nem egyszerűsíthetők.
d) Az ábrán látható nyilak mindig a nagyobb tört felől a kisebb tört felé mutatnak.



10 pont

A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre.
Mindegy, hogy milyen sorrendben oldod meg a feladatokat.
Ügyelj az áttekinthető írásra!
A megoldásokat indokold!
Zsebszámológép használható.

Jó munkát kívánunk!

Pontozás (2007)

1) Pistának 3 darab ötöse, így összesen 7 darab 3-asa és 4-ese van. 1 pont
Ha a 3-asok száma x, akkor a 4-esek száma 7-x. 1 pont

Ezért a 10 jegy átlaga: $\frac{x \cdot 3 + (7 - x) \cdot 4 + 3 \cdot 5}{10} = 4{,}1$ 2 pont

Innen x = 2 2 pont
Tehát István 2 hármast és 5 négyest szerzett.
A 2 hármas, az 5 négyes és a 3 ötös átlaga valóban 4,1 1 pont
összesen **7 pont**

Megjegyzés: Egyenletrendszerrel történő helyes megoldás esetén is jár a 7 pont, amit értelemszerűen bontsunk.

2) A farmon *k* kacsa és *51-k* ló van. 1 pont
A lábak száma eredetileg 2k + 4(51-k),
a csere után 4k + 2(51-k) 1 pont
A feladat szövege szerint 0,8 [2k +4(51-k)] = [4k + 2(51-k)] 2 pont
A műveletek elvégzése és rendezés után 3,6 k = 61,2 1 pont
Innen k = 17 1 pont
Tehát a farmon 17 kacsa és 34 ló él, 1 pont
Ellenőrzés a szövegben. 1pont
összesen **8pont**

Megjegyzés: Egyenletrendszerrel történő helyes megoldás esetén is jár a 8 pont, amit értelemszerűen bontsunk.

3) A lehetséges eseteket vizsgáljuk meg.
Legyen a keresett ötjegyű szám utolsó jegye 0. 1 pont
Ekkor a tízesek helyén állhat 1,
a százasok helyén 2,
az ezresek helyén 4,
tízezresek helyén 8 vagy 9. 2 pont
Az így kapott számok: 84210 és 94210. 1pont
Ha az ezresek helyén 5 áll, akkor a tízezresek helyén csak 9 lehet
Az így kapott szám 95210. 2 pont
Más megoldás nincs.
Ui., ha a százasok helyére 3-ast vagy annál nagyobbat teszünk, akkor az ezresek helyére legalább 5 kerül, s így a 10 000-esek helyére 9-nél nagyobb számot kellene írni.
Ugyanígy, ha a tízesek helyén 2-es vagy annál nagyobb állna, illetve ha az egyesek helyére nem 0 –t írnánk, akkor a 10000-esek helyére nem egyjegyű szám kerülne, ami nem lehetséges.
Tehát a feltételnek megfelelő utolsó 3 számjegy hátulról számítva 0, 1, 2 lehet csak. 2 pont
összesen **8pont**

4) A háromszög hiányzó oldalai x cm és 4x cm, ahol x egész szám. 1pont
Teljesülnie kell a háromszög egyenlőtlenségeknek:
$5x > 30$, azaz $x > 6$, 1 pont
$x + 30 > 4x$, azaz $x < 10$, 1 pont
$4x + 30 > x$ teljesül. 1 pont
Így x lehet 7, 8, 9 1 pont
Az oldalak tehát cm-ben mérve 7, 28, 30 lehetnek. 1 pont
Mivel a leghosszabb oldal 30, ezért a 8, 32, 30 és a 9, 36, 30 oldalhosszak nem adnak megoldást. 2 pont
összesen **8 pont**

5) Ha a téglalap oldalai rácsegyenesre esnek, akkor az állítás nyilván igaz. (Két egész szám szorzata egész.) 2 pont

Ha a téglalap”ferdén” áll, akkor befoglalhatjuk, olyan téglalapba, amelynek oldalegyenesei a téglalap csúcsaira illeszkedő rácsvonalak. Ennek területe egész. 3 pont

A két-két szemközti egybevágó háromszög megfelelő összeillesztésével egy-egy téglalapot kapunk. Ezek oldalai rácsvonalak, így területük egész. 3 pont

Ha egész számból egész számot vonunk ki, akkor egész számot kapunk, ami az eredeti téglalap területét jelenti. 1 pont

összesen **9 pont**

6) Az első három feltételnek eleget tevő törtek: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$. 3 pont

Ezek csökkenő sorrendben: $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$. 2 pont

A berajzolt nyilak alapján látható, hogy a legnagyobb tört (a $\frac{4}{5}$) a középső négyzetbe kerül. 2 pont

A négyzetek helyes kitöltésért (a nyilak figyelembe vételével) 3 pont

összesen **10 pont**

Megjegyzés: Magyarázat nélkül helyes kitöltés esetén az utolsó 5 pontból 3 adható.

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$